

**Prof. Dr. Alfred Toth**

## **Zeichen und Ströme**

1. Bekanntlich lautet eines der Theoreme der sog. AFA-Mengenlehre, in der das üblicherweise gültige Fundierungsaxiom durch ein "Anti-Fundierungsaxiom" (AFA) ersetzt ist (vgl. Aczél 1988, dem auch einige der folgenden Definitionen entnommen ist)

$$x = \{x\}.$$

Diese Form der Zirkularität, die somit durch AFA in die Mengentheorie gebracht wird, ist in der Semiotik deswegen von eminenter Bedeutung, weil nach Benses Definition (1979, S. 53) das Zeichen sich selbst in seiner dritt-heitlichen Partialrelation enthält und dadurch seine Autoreproduktivität garantiert

$$PZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))).$$

2. Problematischer ist es bei dem in Toth (2012a) eingeführten dyadischen Zeichenmodell

$$BZR = \langle x, y \rangle,$$

auch wenn man hier Typen-Stufen-Hierarchien z.B. der folgenden Formen konstruieren kann (vgl. Toth 2012b)

$$BZR' = \langle x, \langle x, y \rangle \rangle / BZR' = \langle \langle x, y \rangle, y \rangle \rangle$$

$$BZR'' = \langle x, \langle \langle x, y \rangle, \langle y, z \rangle \rangle \rangle / BZR'' = \langle \langle \langle x, y \rangle, \langle y, z \rangle \rangle, z \rangle \rangle,$$

da man jedes n-tupel als geordnetes Paar darstellen kann (Schwabhäuser 1954). Allerdings ist es in der AFA-Mengentheorie möglich, x, y und z wie folgt zu definieren

$$x^\dagger = \langle 0, y^\dagger \rangle$$

$$y^\dagger = \langle 1, z^\dagger \rangle$$

$$z^\dagger = \langle 2, x^\dagger \rangle,$$

so ist also z.B.

$$y^\dagger = (1, 2, 0, 1, 2, 0, \dots).$$

Ferner kann man eine "Zip"- oder "Merging"-Folge definieren

$$\text{zip}(a, b) = \langle \text{head}(a), \text{zip}(b, \text{tail}(a)) \rangle,$$

z.B. ist

$$\text{zip}(x^\dagger, y^\dagger) = (0, 1, 1, 2, 2, 0, 0, 1, 1, 2, 2, 0, \dots),$$

d.h. wir haben

$$x = \langle 1, \text{zip}(x, y) \rangle$$

$$y = \langle 0, \text{zip}(y, x) \rangle,$$

die wir nun für die dyadische Zeichenrelation BZR verwenden können, in dessen Grundstufe ja nur zwei Variablen vorkommen. Nun war bereits in Toth (2012b) daraufhingewiesen worden, dass BZR nur ein Spezialfall der allgemeinen Zeichenrelation  $ZR^{2,n}$  ist, d.h. das Zeichen kann trotz seiner Binarität n-adisch sein. Wir führen deshalb folgende (bereits von Aczél vorgeschlagene) funktionale Definition von Zeichenströmen mit semiotisch n-adische Relationen ein

$$f_a(0) = a$$

$$f_a(n+1) = \text{tail}(f_a(n)).$$

Wir haben dann also

$$x_0 = \langle f(0), x_1 \rangle$$

$$x_1 = \langle f(1), x_2 \rangle$$

...

$$x_n = \langle f(n), x_{n+1} \rangle.$$

## Literatur

Aczél, Peter, Non-well-founded sets. Stanford 1988

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Schwabhäuser, Wolfram, Zur Definition des geordneten Paares von Mengen beliebiger Stufe. In: Mathematische Nachrichten 11/1-2, 1954, S. 81-84

Toth, Alfred, Grundlegung einer logischen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Dyadisch-semiotische Typen und Stufen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

23.5.2012